



## 第5章 概率

### 5.1 随机事件与样本空间

#### 5.1.1 随机事件+

#### 5.1.2 事件的运算

1. C 【解析】由  $A, B$  两盏正常的小灯泡组成并联电路, 当闭合开关时, 可知  $A, B$  两盏灯均亮. 故选 C.

2. C 【解析】从四名男同学和三名女同学中任选三名同学.

对于 A, “至少有一名男同学”与“都是男同学”能同时发生, 不是互斥事件, 故 A 错误;

对于 B, “至少有一名男同学”与“都是女同学”是对立事件, 故 B 错误;

对于 C, “恰有一名男同学”与“恰有两名男同学”不能同时发生, 但能同时不发生, 是互斥而不对立事件, 故 C 正确;

对于 D, “至少有一名男同学”与“至少有一名女同学”能同时发生, 不是互斥事件, 故 D 错误. 故选 C.

3. A 【解析】由题可得, ①  $E = \bar{A}\bar{B}$ , 正确; ②事件  $F =$  “靶被击中”,  $AB$  表示甲、乙两人同时击中,  $F = AB + \bar{A}B + A\bar{B}$ , 所以②错误; ③  $F = A + B$ , 正确; ④  $A + B$  表示靶被击中, 所以④错误; ⑤  $G = \bar{A}B + A\bar{B}$ , 正确. 故选 A.

4. 【解】(1) 这个试验的基本事件一共有 16 个, 分别为  $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)$ .

(2) 事件“出现点数之和大于 3”包含以下 13 个基本事件:  $(1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)$ .

(3) 事件“出现点数相等”包含以下 4 个基本事件:  $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)$ .



$(4, 4)$ .

- 5. ACD** 【解析】对于 A, 事件  $B \cup C$  为“至多一人中奖”, 即“至少一人没中奖”, 所以  $B \cup C = D$ , 故 A 正确;
- 对于 B, 事件  $A \cap C$  表示两人都中奖且恰有一人中奖, 没有这样的事件, 所以  $A \cap C = \emptyset$ , 故 B 错误;
- 对于 C, 至少一人没中奖包括恰有一人中奖和两人都没中奖两种情况, 所以  $C \subseteq D$ , 故 C 正确;
- 对于 D, 由 C 选项可知  $B \subseteq D$ , 所以  $B \cap D = B$ , 故 D 正确.
- 故选 ACD.

## 5.2 概率及运算

### 5.2.1 古典概型

- 1. A** 【解析】设 3 件正品分别为  $A, B, C$ , 2 件次品分别为  $a, b$ , 则任意取出 2 件产品的情况有  $(A, B), (A, C), (A, a), (A, b), (B, C), (B, a), (B, b), (C, a), (C, b), (a, b)$ , 共 10 种, 其中至少有 1 件次品的情况有  $(A, a), (A, b), (B, a), (B, b), (C, a), (C, b), (a, b)$ , 共 7 种, 则取出的 2 件产品中至少有 1 件次品的概率为  $\frac{7}{10}$ .
- 2. C** 【解析】考生做多项选择题的不同结果有  $A, B, C, D, AB, AC, AD, BC, BD, CD, ABC, ABD, ACD, BCD$ , 共 14 个, 该考生能得分的事件有  $C, D, CD$ , 共 3 个, 所以该考生能得分的概率为  $\frac{3}{14}$ . 故选 C.
- 3.  $\frac{7}{8}$**  【解析】依题意, 四位专家参加调研活动共有  $2^4 = 16$  (种) 情况, 只有周一或周二有专家参加调研活动的情况有 2 种, 所以周一、周二都有专家参加调研活动的情况有  $16 - 2 = 14$  (种), 则周一、周二都有专家参加调研活动的



概率为  $\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$ .

**4. B** 【解析】由题意,  $A \cup \bar{B}$  = “向上的面的点数为 2 或 4 或 5 或 6”, 故所求概率为  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ . 故选 B.

**5. B** 【解析】从开始题图①位置到最后题图②位置共有 4 种走法, 其结果分别为右右下, 点数 2; 右右下右, 点数 1; 右下右右, 点数 5; 下右右右, 点数 1. 故最后骰子朝上的点数为 1 的概率为  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ . 故选 B.

**6. C** 【解析】由题意可得前六组共有  $1+2+4+8+16+32=63$ (个)数, 第七组共有 64 个数, 分别为 64, 65, 66,  $\dots$ , 127, 其中是 4 的倍数的数为 64, 68, 72,  $\dots$ , 124, 共 16 个, 故所求概率为  $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$ . 故选 C.

**7. D** 【解析】不超过 10 的质数有 2, 3, 5, 7, 共 4 个, 随机选取两个不同的数, 则样本空间中包含的样本点为 (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 5), (3, 7), (5, 7), 共 6 个, “其和为奇数” 包含的样本点为 (2, 3), (2, 5), (2, 7), 共 3 个, 所以所求概率  $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

**8. C** 【解析】由题意可得  $a_1 = 3.1$ ,  $a_2 = 3.14$ ,  $a_3 = 3.142$ ,  $a_4 = 3.1416$ ,  $a_5 = 3.14159$ ,

从  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  中任取 2 个数字  $a_i, a_j$  ( $1 \leq i < j \leq 5$ ), 以  $(a_i, a_j)$  为一个样本点,

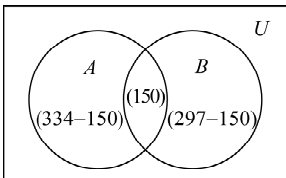
结果有  $(a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_1, a_4), (a_1, a_5), (a_2, a_3), (a_2, a_4), (a_2, a_5), (a_3, a_4), (a_3, a_5), (a_4, a_5)$ , 共 10 种, 其中满足  $a_i > a_j$  的有  $(a_3, a_4), (a_3, a_5), (a_4, a_5)$ , 共 3 种,

所以所求概率  $P = \frac{3}{10}$ .

**9. 0.038** 【解析】记 500 户居民组成的集合为  $U$ , 订阅晨报的居民全体为集合  $A$ , 订阅晚报的居民全体为集合  $B$ .



订阅晨报的有 334 户, 订阅晚报的有 297 户, 两种都订阅的有 150 户, 如图所示.



由图可知至少订阅一种报纸的有  $334+297-150=481$  (户), 所以两种报纸都不订阅的有  $500-481=19$  (户).

故两种报纸都不订阅的概率为  $\frac{19}{500}=0.038$ .

**10. 【解】**(1) 采取有放回地选取, 则样本空间  $\Omega_1 = \{aa, ab, ac, am, an, ba, bb, bc, bm, bn, ca, cb, cc, cm, cn, ma, mb, mc, mm, mn, na, nb, nc, nm, nn\}$ ,  $n(\Omega_1) = 25$ . 记“选到的两个球都是白球”为事件  $A$ , 事件  $A$  包含的样本点有  $aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc$ ,  $n(A) = 9$ , 则  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega_1)} = \frac{9}{25}$ .

(2) 采取不放回地选取, 则样本空间  $\Omega_2 = \{ab, ac, am, an, ba, bc, bm, bn, ca, cb, cm, cn, ma, mb, mc, mn, na, nb, nc, nm\}$ ,  $n(\Omega_2) = 20$ .

记“至少选到一个黑球”为事件  $B$ , 事件  $B$  包含的样本点有  $am, an, bm, bn, cm, cn, ma, mb, mc, na, nb, nc, mn, nm$ , 共 14 个, 即  $n(B) = 14$ , 则  $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega_2)} = \frac{7}{10}$ .

**11. 【解】**(1) 由频率分布直方图的性质, 可得  $(0.004 + 0.006 + 0.020 + 0.030 + 0.024 + m) \times 10 = 1$ , 解得  $m = 0.016$ .

(2) 根据频率分布直方图的平均数的计算公式, 这次测试成绩的平均数为  $\bar{x} = (0.004 \times 45 + 0.006 \times 55 + 0.020 \times 65 + 0.030 \times 75 + 0.024 \times 85 + 0.016 \times 95) \times 10 = 76.2$  (分).

(3) 测试成绩位于  $[80, 90)$  的频率  $P_1 = 0.024 \times 10 = 0.24$ , 位于  $[90, 100]$  的频率  $P_2 = 0.016 \times 10 = 0.16$ ,



因为  $P_1:P_2=3:2$ , 所以确定的 5 人中测试成绩在  $[80, 90)$  内的有 3 人, 分别记为  $A_1, A_2, A_3$ , 成绩在  $[90, 100]$  内的有 2 人, 分别记为  $B_1, B_2$ , 从 5 人中随机抽取 2 人的所有情况有  $(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_2, A_3), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_3, B_1), (A_3, B_2), (B_1, B_2)$ , 共 10 种, 其中  $A = \{(A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_3, B_1), (A_3, B_2)\}$ , 共 6 种,

所以事件  $A$  的概率  $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ .

**12. BC** 【解析】采用不放回的方式从中任意摸球两次, 所有的样本点有  $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)$ , 共 12 个.

对于 A 选项, 事件  $A$  包含的样本点有  $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4)$ , 共 6 个, 则  $P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ , A 错误;

对于 B 选项, 事件  $A \cup B$  包含的样本点有  $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)$ , 共 10 个, 则  $P(A \cup B) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ , B 正确;

对于 C 选项, 事件  $AB$  包含的样本点有  $(1, 2), (2, 1)$ , 共 2 个, 故  $P(AB) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ , C 正确;

对于 D 选项, 事件  $B$  包含的样本点有  $(1, 2), (2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)$ , 共 6 个, 故  $P(B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ , D 错误. 故选 BC.

## 5.2.2 概率的运算

**1. C** 【解析】从中任意取出 2 粒恰好是同一颜色包含都是黑子和都是白子两个事件, 这两个事件是互斥事件, 设“2 粒是同一颜色”为事件  $A$ , “同为黑子”



为事件  $B$ , “同为白子” 为事件  $C$ ,

则  $P(A) = P(B+C) = P(B) + P(C) =$

$$\frac{1}{7} + \frac{12}{35} = \frac{17}{35}. \text{ 故选 C.}$$

**2. A** 【解析】若事件  $B$  包含事件  $A$ , 则

$P(A) \leq P(B)$ , 故 A 正确; 当事件  $A$  包

含事件  $B$  时, 事件  $A$  与事件  $B$  的和事

件的概率等于事件  $A$  的概率, 故 B 错

误; 假设一个事件由  $A, B, C, D$  这四个

彼此互斥的事件构成, 则  $\bar{B} = A+C+D$ ,

事件  $A$  与事件  $\bar{B}$  不是互斥事件, 故 C

错误; 若  $P(A) > \frac{1}{2}, P(B) > \frac{1}{2}$ , 则

$P(A) + P(B) > 1$ , 故 D 错误. 故选 A.

**3.  $\frac{8}{15}$**  【解析】记“选中两人都是男生”

为事件  $A$ , “选中两人都是女生” 为事

件  $B$ , “选中两人中恰有一人是女生”

为事件  $C$ , 易知  $A, B$  为互斥事件,  $A \cup B$

与  $C$  为对立事件,

$$\text{又 } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} +$$

$$\frac{2}{15} = \frac{7}{15},$$

所以  $P(C) = 1 - P(A \cup B) = 1 -$

$$\frac{7}{15} = \frac{8}{15}.$$

**4. 【解】**(1)  $1 \sim 30$  这 30 个整数中既能被

2 整除也能被 3 整除的有 5 个,

$$\text{所以 } P(MN) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

(2)  $1 \sim 30$  这 30 个整数中能被 2 整除

的有 15 个, 能被 3 整除的有 10 个, 所

$$\text{以 } P(M) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}, P(N) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3},$$

$$P(M \cup N) = P(M) + P(N) - P(MN) =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}.$$

(3) 由于事件“这个数既不能被 2 整

除也不能被 3 整除”与事件“这个数能

被 2 整除或能被 3 整除”互为对立事

件, 则  $P(\bar{M}\bar{N}) = 1 - P(M \cup N) = 1 -$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

**5. C** 【解析】事件“抽到的产品不是一

等品”与事件  $A$  是对立事件, 由于



$P(A) = 0.65$ , 所以由对立事件的概率公式得“抽到的产品不是一等品”的概率  $P = 1 - P(A) = 1 - 0.65 = 0.35$ . 故选 C.

**6. D 【解析】** ∵ 随机事件  $A, B$  互斥,  $A, B$  发生的概率均不等于 0, 且  $P(A) = 2 - a, P(B) = 4a - 5$ ,

$$\therefore \begin{cases} 0 < P(A) < 1, \\ 0 < P(B) < 1, \\ P(A) + P(B) \leq 1, \end{cases} \quad \text{即} \begin{cases} 0 < 2 - a < 1, \\ 0 < 4a - 5 < 1, \\ 3a - 3 \leq 1, \end{cases}$$

解得  $\frac{5}{4} < a \leq \frac{4}{3}$ , 即实数  $a$  的取值范围

是  $\left(\frac{5}{4}, \frac{4}{3}\right]$ . 故选 D.

**7. 0.99 【解析】** 由题意得, 某导弹的单发命中率为 0.9, 设事件  $A$  为“发射一枚某导弹后, 命中敌机”, 则  $P(A) = 0.9, P(\bar{A}) = 0.1$ , 设事件  $B$  为“采取双发齐射后, 命中敌机”, 则  $P(B) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 1 - 0.1 \times 0.1 = 0.99$ .

**8. 【解】** 记  $A$  表示事件“选择生物学科”;  $B$  表示事件“选择物理但不选择生物学科”;

$C$  表示事件“至少选择生物、物理中的 1 门学科”;

$D$  表示事件“选择生物但不选择物理学科”;

$E$  表示事件“同时选择生物、物理两门学科”.

(1)  $P(A) = 0.5, P(B) = 0.2, C = A \cup B, A \cap B = \emptyset$ ,

则  $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.5 + 0.2 = 0.7$ .

(2) 由某校高二 400 名学生中, 选择生物但不选择物理的人数为 140, 可知

$$P(D) = \frac{140}{400} = 0.35.$$

因为  $D \cup E = A, D \cap E = \emptyset$ , 所以  $P(E) = P(A) - P(D) = 0.5 - 0.35 = 0.15$ .

**9. ACD 【解析】** 对于 A, 事件  $A$  与事件  $B$  互斥, 则  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ , A 正确;

对于 B, 事件  $A$  与事件  $B$  互斥, 事件  $A \cup B$  不一定是必然事件, 即  $P(A) +$



$P(B)$  不一定为 1, B 错误;

对于 C, 事件 A 与事件 B 对立, 则事件 A 与事件 B 互斥, 有  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ , C 正确;

对于 D, 事件 A 与事件 B 对立, 事件  $A \cup B$  是必然事件, 则  $P(A) + P(B) = 1$ , D 正确.

故选 ACD.

**10. ABC** 【解析】对于 A,  $\because n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(AB)$ ,  $\therefore n(AB) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 4$ , 故 A 正确;

对于 B,  $P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$ , 故 B 正确;

对于 C,  $P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(\Omega)} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ , 故 C 正确;

对于 D,  $\because n(\bar{A} \bar{B}) = n(\Omega) - n(A \cup B) = 24 - 16 = 8$ ,

$\therefore P(\bar{A} \bar{B}) = \frac{n(\bar{A} \bar{B})}{n(\Omega)} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ , 故 D 错误. 故选 ABC.

**11. ACD** 【解析】只拨动一粒珠子至梁上代表 1 或 5, 将算盘的个位、十位、百位、千位分别随机拨动一粒珠子至梁上可表示四位数的个数是  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ .

其中能被 3 整除的四位数中, 数字 1 和 5 各出现 2 个, 因此满足条件的四位数是 1 155, 1 515, 1 551, 5 115, 5 151, 5 511, 共 6 个, 所以  $P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ .

能被 5 整除的四位数只要个位数是 5 即可, 共有  $2 \times 2 \times 2 = 8$  (个), 所以  $P(B) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ .

能被 15 整除的是能被 3 整除的四位数中个位数为 5 的, 有 1 155, 1 515, 5 115, 共 3 个, 故  $P(AB) = \frac{3}{16}$ .

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{16} = \frac{11}{16}$ . 故选 ACD.





## 5.3 用频率估计概率

- 1. A** 【解析】①某同学投篮三次,命中两次,只能说明在这次投篮中命中的频率为 $\frac{2}{3}$ ,不能说是概率,故错误;
- ②进行大量的试验,硬币正面向上的频率在 0.5 附近摆动,可能大于 0.5,也可能小于 0.5,故正确;
- ③只能说明可能有 1 806 粒种子发芽,具有随机性,并不是一定有 1 806 粒种子发芽,故错误;
- ④出现点数大于 2 的概率为 $\frac{2}{3}$ ,则出现点数大于 2 的次数大约为  $6\,000 \times \frac{2}{3} = 4\,000$ (次),故正确. 故选 A.
- 2. B** 【解析】选项 B 中,同时抛掷两枚硬币,恰有一枚正面向上的概率为 $\frac{1}{2}$ ,两枚都正面向上的概率为 $\frac{1}{4}$ ,所以对乙不公平. 故选 B.
- 3. D** 【解析】用频率估计概率,可知试验结果出现的概率在 30%~35%之间. 对于 A,抛一枚硬币,正面朝上的概率为 $\frac{1}{2} = 50\%$ ,A 错误;
- 对于 B,掷一枚正六面体的骰子,出现 1 点的概率为 $\frac{1}{6} \approx 16.7\%$ ,B 错误;
- 对于 C,从装有 2 个红球和 1 个蓝球的口袋中任取 1 个球恰好是红球的概率为 $\frac{2}{3} \approx 66.7\%$ ,C 错误;
- 对于 D,从装有 2 个红球和 1 个蓝球的口袋中任取 1 个球恰好是蓝球的概率为 $\frac{1}{3} \approx 33.3\%$ ,D 正确. 故选 D.
- 4. 8 000** 【解析】根据题意,设保护区内约有  $x$  只这种动物,
- $$\text{则有 } \frac{400}{x} = \frac{25}{500}, \text{ 解得 } x = 8\,000,$$
- 则保护区内约有 8 000 只这种动物.
- 5. C** 【解析】对于 A,治愈率为 50% 只是一种可能性,针对某一具体的个体



并不一定能治愈,故 A 错误;

对于 B,治愈率为 50% 并不是两次试验就一定能发生一次,故 B 错误;

对于 C,治愈率为 50% 是指每位病人治愈的可能性是 50%,故 C 正确;

对于 D,因为治愈率为 50% 并不一定有一半的人能治愈,故 D 错误. 故选 C.

**6. 【解】**(1) 由频率分布直方图的性质得,  $(0.075 + 0.225) \times 0.5 = 0.15$ ,  
 $(0.075 + 0.225 + 0.750) \times 0.5 = 0.525$ ,  
所以中位数在  $[63.0, 63.5)$  内, 设为  $a$ ,

则  $0.15 + (a - 63.0) \times 0.750 = 0.5$ ,

解得  $a \approx 63.47$ ,

所以这 80 个零件尺寸的中位数为 63.47 mm.

(2) 尺寸在  $[63.0, 64.5)$  内的频率为  $(0.750 + 0.650 + 0.200) \times 0.5 = 0.8$ , 且  $1 - 0.8 = 0.2$ ,

所以从生产线上随机抽取 1 个零件, 所抽取的零件是二等品的概率约为 0.2.

**7. BC 【解析】**随机抽取的 500 名学生

中, 回答第一个问题的概率为  $\frac{1}{2}$ , 生日

月份为奇数的概率也是  $\frac{1}{2}$ , 所以回答

第一个问题且回答“是”的人数约为

$$500 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 125,$$

所以回答第二个问题且回答“是”的人数约为  $175 - 125 = 50$ .

所以随机抽取的 500 名学生中, 携带

手机的学生比例约为  $\frac{50}{250} = 20\%$ , 人数

约为  $500 \times 20\% = 100$ ,

故该校 3 000 名学生中, 携带手机的学生人数约为  $3\,000 \times 20\% = 600$ .

故选 BC.

## 5.4 随机事件的独立性

**1. A 【解析】**对于 A 选项,  $A, B$  两个事件发生没有关系, 故是相互独立事件; 对于 B 选项,  $A$  事件发生与否会影响  $B$



事件发生的概率,故不是相互独立事件;对于 C 选项,由于掷的是一枚骰子,故  $A, B$  是对立事件,所以不是相互独立事件;对于 D 选项,能活到 50 岁的,一定能活到 20 岁,故  $A, B$  不是相互独立事件. 故选 A.

**2. D** 【解析】依题意,此项任务不能被

完成的概率为  $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{6}$ , 故此项任务被完成的概率为  $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ . 故选 D.

**3. B** 【解析】三人中有人达标但没有全部达标,其对立事件为“三人都达标或都没有达标”,则  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} P + \frac{1}{3} \times$

$\frac{2}{5}(1-P) = 1 - \frac{2}{3}$ , 解得  $P = \frac{3}{4}$ . 故选 B.

**4.  $\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2}$**  【解析】由题意,从 1, 2, 3, 4

四个数中,随机地选取两个数,且数的选取是不放回的,则样本空间  $\Omega = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$ ,  $n(\Omega) = 12$ . 其中两个数的和为偶数的样本点有 4 个,所以两个数的和为偶数的概率为  $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ .

若数的选取是有放回的,则两次选取是相互独立的,两个数的和为偶数的

概率为  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ .

**5.  $\frac{29}{72}$**  【解析】分两种情况讨论:

(1) 第一局甲胜,第二局乙胜:

第一局甲执黑子先下的概率为  $\frac{1}{2}$ , 则

甲胜第一局的概率为  $\frac{1}{3}$ , 第二局乙执

黑子先下,则乙胜的概率为  $\frac{1}{2}$ ;

第一局乙执黑子先下的概率为  $\frac{1}{2}$ , 则

甲胜第一局的概率为  $\frac{1}{2}$ , 第二局乙执



黑子先下,则乙胜的概率为 $\frac{1}{2}$ ,

所以第一局甲胜,第二局乙胜的概率

$$P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{24}.$$

(2) 第一局乙胜,第二局甲胜:

第一局甲执黑子先下的概率为 $\frac{1}{2}$ ,则

乙胜第一局的概率为 $\frac{2}{3}$ ,第二局甲执

黑子先下,则甲胜的概率为 $\frac{1}{3}$ ;

第一局乙执黑子先下的概率为 $\frac{1}{2}$ ,则

乙胜第一局的概率为 $\frac{1}{2}$ ,第二局甲执

黑子先下,则甲胜的概率为 $\frac{1}{3}$ ,

所以第一局乙胜,第二局甲胜的概率

$$P_2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{36}.$$

综上所述,甲、乙各胜一局的概率为

$$\frac{5}{24} + \frac{7}{36} = \frac{29}{72}.$$

6.  $\frac{3}{8}$   $\frac{5}{16}$  【解析】走 3 步后象到达位

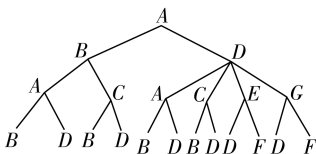
置的所有情况可以用树状图表示,如

图所示,则走 2 步后恰好回到 A 处的

$$\text{概率 } P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8},$$

走 4 步后恰好回到 A 处的概率  $P_2 = 2 \times$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{4} + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{5}{16}.$$



7. 【解】(1) 由已知条件可得  $n =$

$$\frac{400}{0.020 \times 10} = 2\,000. (t + 0.004 + 7t +$$

$0.020 + 0.035 + 0.025) \times 10 = 1$ , 解得  
 $t = 0.002$ .

(2) 由(1)知  $t = 0.002$ , 所以调查评分  
在  $[40, 50)$  的人数占调查评分在  $[50,$

$60)$  的人数的  $\frac{1}{2}$ , 故抽取的 3 人中, 调



查评分在  $[40, 50)$  内的有 1 人,  $[50, 60)$  内的有 2 人. 因为经过心理疏导后的恢复情况相互独立, 所以选出的 3 人经过心理疏导后, 心理等级均达不到“良好”的概率为  $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ , 所以经过心理疏导后, 至少有一人心理等级转为“良好”的概率  $P = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ .

(3) 由频率分布直方图可得, 市民问卷调查评分的平均值为  $45 \times 0.02 + 55 \times 0.04 + 65 \times 0.14 + 75 \times 0.2 + 85 \times 0.35 + 95 \times 0.25 = 80.7$ , 所以市民心理健康指数平均值约为  $\frac{80.7}{100} = 0.807 > 0.8$ , 所以只需发放心理指导资料, 不需要举办心理健康大讲堂.

**8. AC** 【解析】依题意有

$$\begin{cases} \frac{1}{2}mn = \frac{1}{18}, \\ 1 - \frac{1}{2}(1-m)(1-n) = \frac{7}{9}, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = \frac{1}{3}, \\ n = \frac{1}{3}. \end{cases} \text{ 故选 AC.}$$

**9. BD** 【解析】甲、乙、丙三人至少一人选化学与全不选化学是对立事件, 故 A 错误; 由于甲必选物理, 故只需从剩下 6 门学科中选 2 门即可, 可能的情况有 (政治, 历史), (政治, 地理), (政治, 化学), (政治, 生物), (政治, 技术), (历史, 地理), (历史, 化学), (历史, 生物), (历史, 技术), (地理, 化学), (地理, 生物), (地理, 技术), (化学, 生物), (化学, 技术), (生物, 技术), 共 15 种选法, 故 B 正确; 由于乙同学选了物理, 所以由选项 B 的分析可知在 15 种选法中有 5 种选择技术, 所以乙同学选技术的概率是  $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ , 故 C 错误; 乙、丙两名同学各自选物理的概率均为  $\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$ , 故乙、丙两名同学都选物理的概率是  $\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$ , 故 D 正确. 故选 BD.